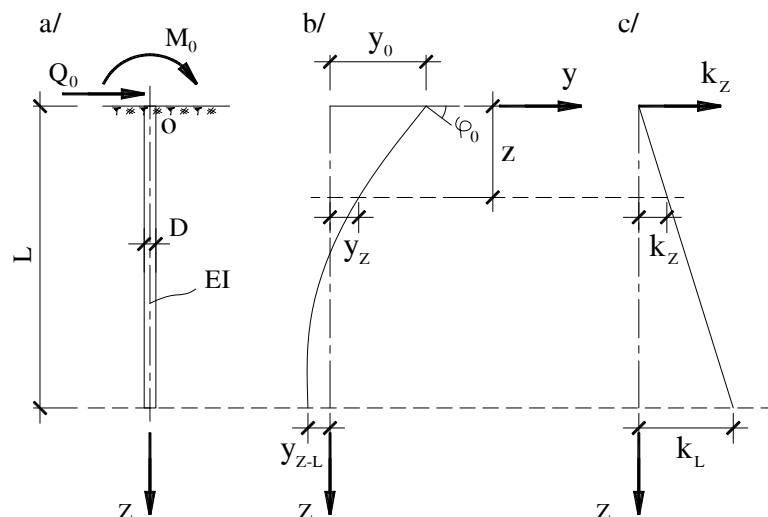


# CHUYỂN VỊ – NỘI LỰC CỦA CỌC CHỊU LỰC NGANG THEO TCXD 205: 1998, MỐI LIÊN HỆ GIỮA LỜI GIẢI CỦA URBAN VỚI CỦA MATLOCK – REESE VÀ CÁC ỨNG DỤNG

TS. Phan Dũng

## 1 Giới thiệu chung

1.1 Bài toán cơ bản đầu tiên được đặt ra của TCXD 205:1998 trong phụ lục G[1], về thực chất đó là xét một cọc đầu tự do, không có chiều cao tự do, chịu lực ngang  $Q_0$  và momen  $M_0$ , đóng thẳng đứng trong môi trường đất biến dạng đàn hồi cục bộ – đồng nhất được đặc trưng bởi hệ số nền  $k_z$  tăng tuyến tính theo chiều sâu (có giá trị bằng không tại mặt đất) biểu diễn trên hình 1.



Hình 1: Bài toán cọc chịu lực ngang trong TCXD 205:1998.

a) Sơ đồ hệ cọc-đất; b) Chuyển vị nằm ngang; c) Biểu đồ hệ số nền.

Đường đàn hồi của cọc được biểu diễn bằng một phương trình vi phân bậc 4:

$$\frac{d^4 y}{dz^4} + \frac{k_z}{EI} y = 0 \quad (1)$$

Nghiệm của (1) là chuyển vị nằm ngang của cọc  $y(z)$  và theo sức bền vật liệu, nếu lấy đạo hàm cấp 1 liên tiếp đến 3 cấp của  $y(z)$  sẽ nhận được tương ứng góc xoay  $\varphi(z)$ , momen  $M(z)$  và lực cắt  $Q(z)$ , còn phản lực đất  $p(z)$  bằng tích của  $y(z)$  với  $k(z)$ .

1.2 Sau đây là tóm tắt lời giải bài toán nêu trên của I. V. Urban (1939) được dùng trong TCXD 205:1998 và lời giải của H. Matlock và L. C. Reese (1960) được dùng phổ biến ở cả nước phương Tây (xin xem bảng 1).

Bảng 1: Tóm lược các nét chính hai lời giải của bài toán cọc chịu lực ngang.

Đại lượng	Lời giải của Urban [4]	Lời giải của Matlock-Reese [6]
Ảnh số	$y(z)$ : chuyển vị nằm ngang tại $z$	$A_y(z)$ : hệ số ảnh hưởng của $Q_0$ đến chuyển vị nằm ngang $B_y(z)$ : hệ số ảnh hưởng của $M_0$ đến chuyển vị nằm ngang
Tham số đặc trưng	Hệ số biến dạng ( $m^{-1}$ ) $\alpha = \sqrt[5]{\frac{kD_{tt}}{EI}} \quad (2)$	Hệ số độ cứng tương đối (m) $T = \sqrt[5]{\frac{EI}{kD_{tt}}} \quad (3)$ Với $D_{tt} = 1m$
Chiều sâu tính đổi	$\bar{z} = \alpha z \quad (4)$	$\bar{z} = \frac{z}{T} \quad (5)$
Phương trình vi phân dạng cuối	$\frac{d^4 y}{d\bar{z}^4} + \bar{z}y = 0 \quad (6)$	$\left. \begin{aligned} \frac{d^4 A_y}{dz^4} + zA_y &= 0 \\ \frac{d^4 B_y}{dz^4} + zB_y &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$
Cách giải	Phương pháp giải tích (Khai triển chuỗi Taylor, công thức Lepnit)	Phương pháp số (Sai phân hữu hạn)

Bảng 1: tiếp theo

Đại lượng		Lời giải của Urban [4]	Lời giải của Matlock-Reese [6]
Chuyển vị và nội lực ngang	$y(z)$	$\left[ y_0 A_1 - \frac{\varphi_0}{\alpha} B_1 + \frac{M_0}{\alpha^2 EI} C_1 + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} D_1 \right]$ (8)	$\left[ \frac{Q_0 T^3}{EI} \right] A_y + \left[ \frac{M_0 T^2}{EI} \right] B_y$ (13)
	$\varphi(z)$	$\alpha \left[ y_0 A_2 - \frac{\varphi_0}{\alpha} B_2 + \frac{M_0}{\alpha^2 EI} C_2 + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} D_2 \right]$ (9)	$\left[ \frac{Q_0 T^2}{EI} \right] A_\varphi + \left[ \frac{M_0 T}{EI} \right] B_\varphi$ (14)
	$M(z)$	$\alpha^2 EI \left[ y_0 A_3 - \frac{\varphi_0}{\alpha} B_3 + \frac{M_0}{\alpha^2 EI} C_3 + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} D_3 \right]$ (10)	$[Q_0 T] A_m + [M_0] B_m$ (15)
	$Q(z)$	$\alpha^3 EI \left[ y_0 A_4 - \frac{\varphi_0}{\alpha} B_4 + \frac{M_0}{\alpha^2 EI} C_4 + \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} D_4 \right]$ (11)	$[Q_0] A_q + \left[ \frac{M_0}{T} \right] B_q$ (16)
	$p(z)$	$y(z) \times k(z)$ (12)	$\left[ \frac{Q_0}{T} \right] A_p + \left[ \frac{M_0}{T^2} \right] B_p$ (17)

Bảng 1: tiếp theo

Đại lượng	Lời giải của Urban [4]				Lời giải của Matlock-Reese [6]			
Các hệ số ảnh hưởng của chuyển vị và nội lực	$A_1$	$1 - \frac{\bar{z}^5}{5!} + 6\frac{\bar{z}^{10}}{10!} - 6 \times 11 \frac{\bar{z}^{15}}{15!} + \dots$			(18)	$(A, B)_{y, \varphi, m, q, p}$ (19)		
	$B_1$	$\bar{z} - 2\frac{\bar{z}^6}{6!} + 2 \times 7 \frac{\bar{z}^{11}}{11!} - 2 \times 7 \times 11 \frac{\bar{z}^{16}}{16!} + \dots$						
	$C_1$	$\frac{\bar{z}^2}{2!} - 3\frac{\bar{z}^7}{7!} + 3 \times 8 \frac{\bar{z}^{12}}{12!} - 3 \times 8 \times 13 \frac{\bar{z}^{17}}{17!} + \dots$						
	$D_1$	$\frac{\bar{z}^3}{3!} - 4\frac{\bar{z}^8}{8!} + 4 \times 9 \frac{\bar{z}^{13}}{13!} - 4 \times 9 \times 14 \frac{\bar{z}^{18}}{18!} + \dots$						
	$A_2 = A'_1$	$B_2 = B'_1$	$C_2 = C'_1$	$D_2 = D'_1$	(20)	$A_\varphi = A'_y$	$B_\varphi = B'_y$	(21)
$A_3 = A'_2$	$B_3 = B'_2$	$C_3 = C'_2$	$D_3 = D'_2$	$A_m = A'_\varphi$		$B_m = B'_\varphi$		
$A_4 = A'_3$	$B_4 = B'_3$	$C_4 = C'_3$	$D_4 = D'_3$	$A_q = A'_m$		$B_q = B'_m$		
					$A_p = A'_q$	$B_p = B'_q$		
	Có công thức tính. Có thể lập bảng tra với độ mịn tùy ý				Không có công thức tính. Có bảng tra hoặc toán đồ			

Ghi chú: dấu “ ’ ” ký hiệu đạo hàm.

1.3 So sánh hai lời giải này có thể nêu ra một số đánh giá ngắn gọn ghi trong bảng 2.

Bảng 2: Ưu và nhược điểm chính của hai lời giải

	Điểm mạnh	Điểm yếu
Lời giải của Urban	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Kết quả tính chính xác</li> <li>2. Có công thức giải tích cho tất cả các hệ số ảnh hưởng</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Khối lượng tính chuyển vị – nội lực nhiều hơn.</li> <li>2. Công thức tính chuyển vị – nội lực phụ thuộc vào 04 thông số ban đầu</li> </ol>
Lời giải của Matlock – Reese	<ol style="list-style-type: none"> <li>3. Khối lượng tính chuyển vị nội lực ít hơn</li> <li>4. Công thức tính chuyển vị – nội lực chỉ chứa hai thông số về lực</li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li>5. Kết quả tính gần đúng</li> <li>6. Không có công thức tính các hệ số ảnh hưởng trong khi đó bảng tra không min còn toán đồ thì khó chính xác</li> </ol>

Từ bảng 2 dễ nhận thấy điểm yếu của lời giải này chính là điểm mạnh của lời giải kia và ngược lại. Vì vậy mục tiêu của bài viết này là trình bày cách thiết lập một dạng khác các công thức tính chuyển vị-nội lực của cọc chịu lực ngang sao cho có thể tận hưởng hết thế mạnh và khắc phục các điểm yếu của cả hai lời giải. Trên cơ sở đó triển khai các ứng dụng để giải bài toán cọc chịu lực ngang thường gặp trong thực tế thiết kế.

## 2 Mối quan hệ giữa các hệ số ảnh hưởng của lời giải Urban với lời giải của Matlock – Reese:

### 2.1 Chuyển vị nằm ngang, $y(z)$ :

Chuyển vị nằm ngang và chuyển vị xoay của cọc tại mức mặt đất tính theo (G.9) và (G.10) được viết lại:

$$y_0 = \delta_{HH} Q_0 + \delta_{HM} M_0 \quad (22)$$

$$\varphi_0 = \delta_{MH} Q_0 + \delta_{MM} M_0 \quad (23)$$

Trong đó, các hệ số độ mềm tại đầu cọc được xác định bởi (G.11) và (G.13) đã biết:

$$\delta_{HH} = \frac{1}{\alpha^3 EI} A_0 \quad (24)$$

$$\delta_{HM} = \delta_{MH} = \frac{1}{\alpha^2 EI} B_0 \quad (25)$$

$$\delta_{MM} = \frac{1}{\alpha EI} C_0 \quad (26)$$

Các hệ số  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_0$  phụ thuộc vào điều kiện liên kết chân cọc được tính theo các công thức ghi trong bảng 3:

Bảng 3: Công thức tính giá trị các hệ số  $A_0$ ,  $B_0$ ,  $C_0$ .

Hệ số	a. Chân cọc tự do (tựa trong đất)	b. Chân cọc ngàm cứng trong đá
$A_0$	$\frac{B_3 D_4 - B_4 D_3}{A_3 B_4 - A_4 B_3}$	$\frac{B_2 D_1 - B_1 D_2}{A_2 B_1 - A_1 B_2} \quad (27)$
$B_0$	$\frac{B_3 C_4 - B_4 C_3}{A_3 B_4 - A_4 B_3}$	$\frac{A_2 D_1 - A_1 D_2}{A_2 B_1 - A_1 B_2} \quad (28)$
$C_0$	$\frac{A_3 C_4 - A_4 C_3}{A_3 B_4 - A_4 B_3}$	$\frac{A_2 C_1 - A_1 C_2}{A_2 B_1 - A_1 B_2} \quad (29)$

Thế (24) đến (26) có xét (27) đến (29) vào trong (22) và (23) rồi cùng đem vào (8) và sau những biến đổi đơn giản, công thức tính chuyển vị nằm ngang của TCXD 205: 1998 trở thành:

$$y(z) = \left[ \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} \right] (A_0 A_1 - B_0 B_1 + D_1) + \left[ \frac{M_0}{\alpha^2 EI} \right] (B_0 A_1 - C_0 B_1 + C_1) \quad (30)$$

So sánh (30) với (13), nếu chú ý rằng:

$$\alpha = T^{-1}, \quad (31)$$

thì mối quan hệ của hệ số ảnh hưởng chuyển vị nằm ngang do  $Q_0$  và  $M_0$  sẽ là:

$$\begin{aligned} A_y &= A_0 A_1 - B_0 B_1 + D_1 \\ B_y &= B_0 A_1 - C_0 B_1 + C_1 \end{aligned} \quad (32)$$

2.2 Đối với các đại lượng chuyển vị – nội lực còn lại từ (9) đến (12) ta cũng làm tương tự như trên rồi đem so sánh tương ứng từng đôi một với từ (14) đến (17), sẽ thu được:

$$\begin{aligned} A_\varphi &= A_0 A_2 - B_0 B_2 + D_2 \\ B_\varphi &= B_0 A_2 - C_0 B_2 + C_2 \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} A_m &= A_0 A_3 - B_0 B_3 + D_3 \\ B_m &= B_0 A_3 - C_0 B_3 + C_3 \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} A_q &= A_0 A_4 - B_0 B_4 + D_4 \\ B_q &= B_0 A_4 - C_0 B_4 + C_4 \end{aligned} \quad (35)$$

$$\begin{aligned} A_p &= -\bar{Z} A_y \\ B_p &= -\bar{Z} B_y \end{aligned} \quad (36)$$

Như vậy, các công thức từ (32) đến (36) cho phép tính được giá trị của  $(A, B)_{y,\varphi,m,q,p}$  qua  $(A, B, C, D)_{1,2,3,4}$ . Lúc này, các công thức tính chuyển vị – nội lực của cọc chịu lực ngang theo TCXD 205:1998 từ (8) đến (12) sẽ giống như dạng lời giải của Matlock – Reese từ (13) đến (17):

$$y(z) = \frac{1}{\alpha^3 EI} A_y Q_0 + \frac{1}{\alpha^2 EI} B_y M_0 \quad (37)$$

$$\varphi(z) = \frac{1}{\alpha^2 EI} A_\varphi Q_0 + \frac{1}{\alpha EI} B_\varphi M_0 \quad (38)$$

$$M(z) = \frac{1}{\alpha} A_m Q_0 + B_m M_0 \quad (39)$$

$$Q(z) = A_q Q_0 + \alpha B_q M_0 \quad (40)$$

$$p(z) = \frac{\alpha}{D_{tt}} A_p Q_0 + \frac{\alpha^2}{D_{tt}} B_p M_0 \quad (41)$$

Giá trị các hệ số ảnh hưởng  $(A, B)_{y,\varphi,m,q,p}$  theo  $\bar{Z}$  của Matlock – Reese cho ở các bảng tra trong [6] khá phù hợp với giá trị tính bởi các đẳng thức từ (32) đến (36) chứa các hệ số ảnh hưởng được biểu diễn bởi các công thức (18), (20), (27), (28) và (29) của lời giải Urban. Điều đó cho phép lập một hệ thống các bảng tra, ví dụ như bảng 4, giúp ích cho việc tính chuyển vị – nội lực của cọc chịu lực ngang.



Bảng 4: Giá trị các hệ số ảnh hưởng khi  $\bar{L} = 5.0$ 

$\bar{x}$	$A_y$	$B_y$	$A_\phi$	$B_\phi$	$A_m$	$B_m$	$A_q$	$B_q$	$A_p$	$B_p$
0	2.43148	1.62142	-1.62142	-1.74882	0.00000	1.00000	1.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.1	2.26951	1.45153	-1.61643	-1.64882	0.09961	0.99974	0.98838	-0.00754	-0.22695	-0.14515
0.2	2.10853	1.29165	-1.60157	-1.54891	0.19697	0.99806	0.95568	-0.02796	-0.42171	-0.25833
0.3	1.94951	1.14174	-1.57717	-1.44930	0.29015	0.99382	0.90510	-0.05824	-0.58485	-0.34252
0.4	1.79339	1.00177	-1.54373	-1.35026	0.37750	0.98618	0.83973	-0.09560	-0.71736	-0.40071
0.5	1.64105	0.87166	-1.50191	-1.25219	0.45770	0.97455	0.76260	-0.13761	-0.82052	-0.43583
0.6	1.49327	0.75129	-1.45247	-1.15550	0.52972	0.95858	0.67655	-0.18210	-0.89596	-0.45077
0.7	1.35078	0.64050	-1.39626	-1.06063	0.59281	0.93811	0.58427	-0.22718	-0.94554	-0.44835
0.8	1.21421	0.53909	-1.33422	-0.96803	0.64645	0.91317	0.48824	-0.27128	-0.97137	-0.43127
0.9	1.08410	0.44680	-1.26730	-0.87814	0.69041	0.88393	0.39072	-0.31304	-0.97569	-0.40212
1	0.96088	0.36335	-1.19646	-0.79137	0.72462	0.85068	0.29374	-0.35138	-0.96088	-0.36335
1.1	0.84490	0.28841	-1.12269	-0.70812	0.74923	0.81380	0.19910	-0.38546	-0.92939	-0.31725
1.2	0.73641	0.22160	-1.04693	-0.62872	0.76456	0.77375	0.10833	-0.41466	-0.88369	-0.26592
1.3	0.63555	0.16253	-0.97007	-0.55346	0.77107	0.73104	0.02275	-0.43854	-0.82622	-0.21129
1.4	0.54240	0.11076	-0.89299	-0.48258	0.76932	0.68623	-0.05660	-0.45686	-0.75936	-0.15507
1.5	0.45694	0.06586	-0.81646	-0.41627	0.75999	0.63986	-0.12888	-0.46955	-0.68540	-0.09879
1.6	0.37906	0.02735	-0.74122	-0.35464	0.74380	0.59250	-0.19351	-0.47666	-0.60650	-0.04376
1.7	0.30863	-0.00523	-0.66790	-0.29778	0.72155	0.54471	-0.25009	-0.47838	-0.52467	0.00889
1.8	0.24540	-0.03236	-0.59708	-0.24570	0.69406	0.49700	-0.29841	-0.47499	-0.44172	0.05825
1.9	0.18911	-0.05453	-0.52924	-0.19836	0.66215	0.44987	-0.33845	-0.46686	-0.35931	0.10360
2	0.13944	-0.07219	-0.46477	-0.15569	0.62664	0.40377	-0.37034	-0.45443	-0.27888	0.14438
2.1	0.09603	-0.08582	-0.40401	-0.11756	0.58834	0.35911	-0.39433	-0.43815	-0.20167	0.18021
2.2	0.05851	-0.09585	-0.34717	-0.08381	0.54803	0.31625	-0.41081	-0.41856	-0.12872	0.21087
2.3	0.02646	-0.10272	-0.29444	-0.05424	0.50642	0.27549	-0.42025	-0.39616	-0.06086	0.23625
2.4	-0.00052	-0.10683	-0.24591	-0.02863	0.46419	0.23709	-0.42318	-0.37148	0.00125	0.25639
2.5	-0.02286	-0.10857	-0.20160	-0.00674	0.42198	0.20125	-0.42020	-0.34505	0.05715	0.27142
2.6	-0.04098	-0.10829	-0.16150	0.01171	0.38033	0.16813	-0.41196	-0.31736	0.10655	0.28155
2.7	-0.05530	-0.10633	-0.12550	0.02698	0.33974	0.13781	-0.39911	-0.28889	0.14931	0.28709
2.8	-0.06622	-0.10299	-0.09350	0.03937	0.30064	0.11036	-0.38232	-0.26008	0.18540	0.28837
2.9	-0.07413	-0.09854	-0.06531	0.04915	0.26338	0.08579	-0.36225	-0.23135	0.21496	0.28578
3	-0.07940	-0.09324	-0.04075	0.05662	0.22827	0.06407	-0.33954	-0.20305	0.23820	0.27971
3.1	-0.08239	-0.08729	-0.01958	0.06206	0.19554	0.04515	-0.31481	-0.17551	0.25540	0.27059
3.2	-0.08342	-0.08088	-0.00156	0.06574	0.16536	0.02894	-0.28865	-0.14902	0.26695	0.25883
3.3	-0.08280	-0.07419	0.01358	0.06793	0.13784	0.01531	-0.26160	-0.12382	0.27323	0.24482
3.4	-0.08079	-0.06734	0.02610	0.06888	0.11305	0.00413	-0.23416	-0.10011	0.27469	0.22895
3.5	-0.07765	-0.06044	0.03628	0.06883	0.09101	-0.00477	-0.20681	-0.07808	0.27179	0.21156
3.6	-0.07360	-0.05360	0.04439	0.06800	0.07167	-0.01155	-0.17994	-0.05784	0.26497	0.19295
3.7	-0.06884	-0.04686	0.05071	0.06659	0.05499	-0.01640	-0.15393	-0.03952	0.25469	0.17340
3.8	-0.06351	-0.04029	0.05548	0.06478	0.04085	-0.01952	-0.12910	-0.02319	0.24135	0.15311
3.9	-0.05778	-0.03392	0.05896	0.06274	0.02912	-0.02111	-0.10575	-0.00891	0.22535	0.13227
4	-0.05176	-0.02775	0.06138	0.06060	0.01964	-0.02137	-0.08411	0.00325	0.20703	0.11099
4.1	-0.04554	-0.02179	0.06295	0.05850	0.01223	-0.02053	-0.06441	0.01327	0.18670	0.08936
4.2	-0.03919	-0.01604	0.06389	0.05653	0.00669	-0.01879	-0.04683	0.02111	0.16459	0.06739
4.3	-0.03277	-0.01048	0.06435	0.05476	0.00279	-0.01638	-0.03154	0.02674	0.14093	0.04507
4.4	-0.02633	-0.00508	0.06449	0.05326	0.00030	-0.01352	-0.01869	0.03011	0.11585	0.02237
4.5	-0.01988	0.00018	0.06445	0.05207	-0.00103	-0.01043	-0.00841	0.03120	0.08947	-0.00081
4.6	-0.01344	0.00534	0.06431	0.05118	-0.00147	-0.00736	-0.00084	0.02993	0.06184	-0.02456
4.7	-0.00702	0.01043	0.06417	0.05059	-0.00129	-0.00453	0.00392	0.02626	0.03299	-0.04900
4.8	-0.00061	0.01547	0.06407	0.05026	-0.00079	-0.00219	0.00572	0.02011	0.00292	-0.07424
4.9	0.00580	0.02048	0.06402	0.05012	-0.00025	-0.00059	0.00446	0.01138	-0.02840	-0.10037
5	0.01220	0.02549	0.06401	0.05010	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	-0.06098	-0.12747

### 3 Các ứng dụng

3.1 Giá trị momen uốn lớn nhất  $M_{\max}$  và vị trí tiết diện cọc trong đất xuất hiện mô men này:

1. Cọc không có chiều cao tự do

Trường hợp đầu cọc tự do:

Như đã biết trong cơ học, điều kiện để momen uốn  $M(z)$  đạt giá trị cực đại là:

$$Q(z) = 0 \quad (42)$$

Gán (40) vào (42) sẽ được:

$$A_q Q_0 + \alpha B_q M_0 = 0 \quad (43)$$

Biến đổi (43) thành nhân thức:

$$Q_0 \left( A_q + \alpha \frac{M_0}{Q_0} B_q \right) = 0 \quad (44)$$

Đặt: 
$$t_q = \alpha \frac{M_0}{Q_0} \quad (45)$$

Và (44) trở thành:

$$Q_0 (A_q + t_q B_q) = 0 \quad (46)$$

Vì  $Q_0 \neq 0$  nên để đạt điều kiện của phương trình (46) thì:

$$A_q + t_q B_q = 0 \quad (47)$$

Suy ra: 
$$t_q = -\frac{A_q}{B_q} \quad (48)$$

Bây giờ ta lại chú ý đến công thức tính mômen  $M(z)$  và cũng rút  $Q_0$  ra ngoài để biến (39) thành:

$$M(z) = \frac{Q_0}{\alpha} \left( A_m + \alpha \frac{M_0}{Q_0} B_m \right) \quad (49)$$

Thế (45) vào (49), ta được:

$$M(z) = \frac{Q_0}{\alpha} (A_m + t_q B_m) \quad (50)$$

Nhận thấy rằng nếu giá trị  $t_q$  chứa trong (50) đạt đến giá trị tính theo (48) thì mômen  $M(z)$  sẽ đạt đến giá trị lớn nhất, nghĩa là:

$$M_{\max} = \frac{Q_0}{\alpha} \left( A_m - B_m \frac{A_q}{B_q} \right) \quad (51)$$

Đặt:

$$N_{mq} = A_m - B_m \frac{A_q}{B_q}, \quad (52)$$

và viết lại (51):

$$M_{\max} = \frac{N_{mq}}{\alpha} Q_0 \quad (53)$$

Nhờ (48) và (52) ta dễ dàng lập bảng tra giá trị các hệ số  $t_q$  và  $N_{mq}$  theo chiều sâu tính đổi như bảng 5 (đầu cọc tự do).

Bảng 5: Giá trị các hệ số  $t_q$  và  $N_{mq}$  theo  $\bar{Z}_{M\max}$  khi  $\bar{L} \geq 5.0$

$t_q$	$\bar{Z}_{M\max}$	$N_{mq}$	$t_q$	$\bar{Z}_{M\max}$	$N_{mq}$
31.09412	0.210	31.23130	6.60065	0.460	6.89325
28.41490	0.220	28.55847	6.04004	0.480	6.34470
26.06940	0.230	26.21935	5.54179	0.500	5.85845
24.00382	0.240	24.16012	4.51266	0.550	4.85907
22.17480	0.250	22.33745	3.71538	0.600	4.09120
20.54713	0.260	20.71610	3.08315	0.650	3.48804
19.09191	0.270	19.26720	2.57179	0.700	3.00543
17.78530	0.280	17.96690	2.15108	0.750	2.61315
16.60745	0.290	16.79533	1.79978	0.800	2.28996
15.54172	0.300	15.73587	1.50256	0.850	2.02056
13.69273	0.320	13.89939	1.24815	0.900	1.79368
12.14965	0.340	12.36876	1.02810	0.950	1.60089
10.84750	0.360	11.07899	0.83596	1.000	1.43575
9.73776	0.380	9.98159	0.51651	1.100	1.16957
8.78361	0.400	9.03972	0.26126	1.200	0.96672
7.95669	0.420	8.22503	0.05188	1.300	0.80900
7.23487	0.440	7.51537	0.00000	1.327	0.77139

Cách dùng bảng 5: trước tiên cần tìm  $t_q$  theo (45) rồi tra trong bảng 5 để có được  $\bar{Z}_{M\max}$  và  $N_{mq}$ .

Ghi chú:

a. Các trường hợp đặc biệt:

- Trường hợp  $M_0 = 0$

Điều kiện (47) trở thành:

$$A_q = 0 \quad (54)$$

còn (52) sẽ là:

$$N_{mq} = A_m \quad (55)$$

Từ bảng 3, ta có:

$$\bar{Z}_{M_{\max}} = 1.367$$

$$A_m = 0.77$$

Do đó, viết lại (53):

$$M_{\max} = \frac{0.77}{\alpha} Q_0 \quad (56)$$

- Trường hợp  $Q_0 = 0$

Điều kiện (43) sẽ là:

$$B_q = 0 \quad (57)$$

Từ bảng 3, thấy ngay:

$$\bar{Z}_{M_{\max}} = 0$$

$$M_{\max} = M_0 \quad (58)$$

b. Ta cũng có thể thiết lập công thức tính  $M_{\max}$  bằng cách đặt  $M_0$  ra ngoài từ (43) và (39). Dưới đây là các biểu thức cuối cùng:

$$t_m = -\frac{B_q}{A_q} = t_q^{-1} \quad (59)$$

$$N_{mm} = -A_m \frac{B_q}{A_q} + B_m = t_m N_{mq} \quad (60)$$

$$M_{\max} = N_{mm} M_0 \quad (61)$$

Từ (59) và (60) cho thấy bảng 5 vẫn dùng được cho cách làm này.

Trường hợp đầu cọc ngàm, chịu lực ngang:

Từ phương trình (38) ta gán điều kiện sau:

$$\varphi_0 = 0 \quad (62)$$

và do vậy giá trị momen ngàm sẽ bằng:

$$M_{ng} = -\frac{0.927151}{\alpha} Q_0 \quad (63)$$

Vị trí đầu tiên momen uốn bằng không được xác định bởi:

$$\bar{Z}_{M=0} \cong 1.113 \quad (64)$$

Các tham số dùng để tìm giá trị momen uốn dương lớn nhất và vị trí tiết diện cọc xuất hiện momen này:

$$N_{mq} \approx 0.25539 \quad (65)$$

$$\bar{Z}_{M_{max}} \approx 2.1 \quad (66)$$

Chú ý rằng các giá trị số trong các công thức từ (63) đến (66) ứng với  $\bar{L} \geq 5.0$ .

2. Cọc có chiều cao tự do,  $L_0$ :

Đối với cọc có chiều cao tự do, chịu lực ngang ở đầu cọc:  $Q$  và  $M$  thì cách tìm giá trị lớn nhất của momen uốn và vị trí xuất hiện của nó hầu như giống như cọc không có chiều cao tự do với chú ý sau:

a. Hệ số  $t_q$ :

$$t_q = \alpha \left( \frac{M}{Q} + L_0 \right) \quad (67)$$

b. Công thức tính momen uốn lớn nhất:

$$M_{max} = \frac{N_{mq}}{\alpha} Q \quad (68)$$

3.2 Giá trị phản lực đất lên cọc lớn nhất và vị trí tiết diện cọc trong đất xuất hiện phản lực này,  $Z_{pmax}$ :

1. Cọc không có chiều cao tự do:

Trường hợp đầu cọc tự do:

Phản lực đất lên cọc  $p(z)$  được tính theo (12) trong đó  $y(z)$  biểu diễn bởi (37) và biến đổi một chút thành:

$$p(z) = \frac{k}{\alpha} \left\{ -\bar{Z} \left[ \left( \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} \right) A_y(\bar{Z}) + \left( \frac{M_0}{\alpha^2 EI} \right) B_y(\bar{Z}) \right] \right\} \quad (69)$$

Đặt:

$$p(\bar{Z}) = -\bar{Z} \left[ \left( \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} \right) A_y(\bar{Z}) + \left( \frac{M_0}{\alpha^2 EI} \right) B_y(\bar{Z}) \right] \quad (70)$$

Rõ ràng ta chỉ cần khảo sát (70) thay vì xét  $p(z)$ .

Vị trí tiết diện cọc xuất hiện phản lực đất lớn nhất được xác định từ điều kiện:

$$\frac{dp(\bar{Z})}{d\bar{Z}} = 0 \quad (71)$$

Hàm biểu diễn bởi phương trình (70) là một hàm hai biến và nếu chú ý đến (21), thì (71) được viết như sau:

$$\left( \frac{Q_0}{\alpha^3 EI} \right) (A_y + \bar{Z}A_\varphi) + \left( \frac{M_0}{\alpha^2 EI} \right) (B_y + \bar{Z}B_\varphi) = 0 \quad (72)$$

Vì  $\frac{Q_0}{\alpha^3 EI} \neq 0$  và chú ý đến hệ số  $t_q$  ở (45), có thể giản ước (72) để trở thành:

$$A_y + \bar{Z}A_\varphi + t_q (B_y + \bar{Z}B_\varphi) = 0 \quad (73)$$

Suy ra:

$$t_q = - \frac{A_y + \bar{Z}A_\varphi}{B_y + \bar{Z}B_\varphi} \quad (74)$$

Mặt khác, phản lực đất còn được tính theo (41) và nếu đặt  $Q_0$  ra ngoài rồi cũng chú ý đến hệ số  $t_q$  ở (45) thì (41) có dạng:

$$p(\bar{Z}) = \frac{\alpha Q_0}{D_{tt}} (A_p + t_q B_p) \quad (75)$$

Khi hệ số  $t_q$  trong (75) đạt đến giá trị  $t_q$  theo (74) thì phản lực đất  $p(z)$  sẽ đạt giá trị cực đại, nghĩa là:

$$p_{\max} = \frac{\alpha Q_0}{D_{tt}} \left[ A_p - B_p \left( \frac{A_y + \bar{Z}A_\varphi}{B_y + \bar{Z}B_\varphi} \right) \right] \quad (76)$$

Đặt:

$$N_{pq} = \left[ A_p - B_p \left( \frac{A_y + \bar{Z}A_\varphi}{B_y + \bar{Z}B_\varphi} \right) \right] \quad (77)$$

Và viết lại (76):

$$p_{\max} = \frac{\alpha N_{pq}}{D_{tt}} Q_0 \quad (78)$$

Nhờ (74) và (77) dễ dàng lập bảng tra giá trị hệ số  $t_q$  và  $N_{pq}$  theo chiều sâu tính đổi  $\bar{Z}$ .

Bảng 6: Giá trị các hệ số  $t_q$  và  $N_{pq}$  theo  $\bar{Z}$  khi  $\bar{L} \geq 5$ 

$t_q$	$\bar{Z}_{p\max}$	$N_{pq}$	$t_q$	$\bar{Z}_{p\max}$	$N_{pq}$
32,42219	0,644	-15,56536	-1,25305	1,400	-0,56505
19,51063	0,650	-9,73405	-1,49403	1,600	-0,54112
11,40719	0,660	-6,07590	-1,74741	1,800	-0,54351
7,84615	0,670	-4,46980	-2,05988	2,000	-0,57629
5,84292	0,680	-3,56744	-2,15543	2,050	-0,59099
3,66279	0,700	-2,58775	-2,26150	2,100	-0,60922
2,49633	0,720	-2,06595	-2,38076	2,150	-0,63170
1,76788	0,740	-1,74200	-2,51680	2,200	-0,65942
1,26827	0,760	-1,52139	-2,67454	2,250	-0,69378
0,90320	0,780	-1,36155	-2,86088	2,300	-0,73674
0,62392	0,800	-1,24045	-3,08593	2,350	-0,79118
0,14429	0,850	-1,03639	-3,36504	2,400	-0,86150
0,00000	0,871	-0,97652	-3,72282	2,450	-0,95479
-0,16439	0,900	-0,90958	-4,20136	2,500	-1,08316
-0,38363	0,950	-0,82329	-4,61900	2,533	-1,19731
-0,55041	1,000	-0,76089	-5,92056	2,600	-1,56038
-0,97568	1,200	-0,62423	-11,77130	2,700	-3,23011

Cách sử dụng bảng này để tìm  $p_{\max}$  và  $Z_{p\max}$  hoàn toàn giống như đối với mômen uốn.

Trường hợp đầu cọc ngàm, chịu lực ngang  $Q_0$ :

Khi  $\bar{L} \geq 5$  giá trị hệ số  $t_q$  theo (45):

Và do đó:

$$t_q \approx -0,927 \quad (79)$$

$$\bar{Z}_{p\max} \approx 1,173 \quad (80)$$

$$N_{pq} \approx 0,638 \quad (79)$$

2. Cọc có chiều cao tự do,  $L_0$ :

Đối với cọc có chiều cao tự do, chịu lực ngang ở đầu cọc:  $Q$  và  $M$  thì cách tìm giá trị lớn nhất của phản lực đất và vị trí xuất hiện của nó hầu như giống với cọc không có chiều cao tự do cũng với 2 chú ý:

- Hệ số  $t_q$  tính theo (62).
- Công thức tính phản lực đất lớn nhất:

$$p_{\max} = \frac{\alpha N_{pq}}{D_{tt}} Q \quad (76)$$

### 3.3 Ví dụ:

1. Ví dụ 1: cọc không có chiều cao tự do, đầu tự do:

Đầu bài:

Cọc bê tông cốt thép tiết diện vuông  $D \times D = 0,4\text{m} \times 0,4\text{m}$ , dài  $L = 13\text{m}$ , độ cứng chống uốn  $EI = 53760 \text{ kNm}^2$ . Hệ số biến dạng  $\alpha = 0,69631 \text{ m}^{-1}$ . Tìm giá trị lớn nhất và vị trí xuất hiện của mô men uốn và phản lực đất, cho biết  $Q_0 = 35,1 \text{ kN}$  và  $M_0 = 56,766 \text{ kNm}$ .

Giải :

- Chiều sâu đóng cọc tính đối  $\bar{L} = \alpha L = 9,05207$ ; dùng  $\bar{L} \geq 5$ .

- Tính giá trị hệ số  $t_q$  theo (45):

$$t_q = 0,69631 \frac{56,766}{35,1} = 1,12612$$

- Tra bảng 5 (có nội suy):

$$\bar{Z} = 0,927728$$

$$N_{mq} = 1,68677$$

- Mô men lớn nhất theo (53):

$$M_{\max} = \frac{1,68677}{0,69631} \times 35,1 = 85,0275 \text{ kNm}$$

- Độ sâu xuất hiện momen lớn nhất theo (4):

$$Z_{M_{\max}} = \frac{0,97728}{0,69631} = 1,332 \text{ m}$$

- Tra bảng 6 (có nội suy):

$$Z_{p_{\max}} = 0,767788$$

$$N_{pq} = 1,45915$$

- Phản lực đất lớn nhất theo (78):

$$p_{\max} = \frac{0,69631 \times 1,45915}{1,1} = 32,420 \text{ kN/m}^2$$

- Độ sâu xuất hiện phản lực đất lớn nhất theo (4):



$$Z_{p\max} = \frac{0,767788}{0,69631} = 1,103\text{m}$$

Kết quả tính toán theo các phương pháp khác nhau được ghi ở bảng 7.

Bảng 7: So sánh kết quả tính của ví dụ 1

Phương pháp tính	Momen lớn nhất				Phản lực đất lớn nhất			
	$M_{\max}$ (kNm)		$Z_{M\max}$ (m)		$P_{\max}$ (kN/m <sup>2</sup> )		$Z_{p\max}$ (m)	
	Giá trị	Sai số (%)	Giá trị	Sai số (%)	Giá trị	Sai số (%)	Giá trị	Sai số (%)
Theo (39) và (41)	84,970	0,00	1,300	0,0	+32,364	0,0	1,040	0,0
Cách tính gần đúng [2]	94,570	37,30	-	-	-	-	-	-
Cách tính tra bảng [3]	86,197	1,40	1,331	2,5	-	-	-	-
Cách tính kiến nghị	85,028	0,07	1,332	2,5	+32,420	0,2	1,103	0,2

## 2. Ví dụ 2: Cọc có chiều cao tự do.

Đầu bài:

Sử dụng số liệu cọc chịu lực ngang của ví dụ 3, trang 78 tài liệu [7], tóm tắt các thông số đầu vào như sau:

Cọc ống bê tông cốt thép

- Đường kính ngoài  $D=1,6\text{m}$ ,  $t=12\text{cm}$ .
- $L_0 = 16\text{m}$ ,  $L = 20\text{m}$
- $EI = 7,87.10^6 \text{ kNm}^2$

Tải trọng ngang tại đầu cọc:

$$Q = 147.8 \text{ kN} \quad \text{và} \quad M = -1565 \text{ kNm.}$$

Hệ số biến dạng:  $\alpha = 0.2601\text{m}^{-1}$

Yêu cầu tìm giá trị lớn nhất và vị trí xuất hiện của momen uốn và phản lực đất của cọc đã cho.

Giải:

- Chiều sâu đóng cọc tính đối:  $\bar{L} = \alpha L = 5,202$  dùng  $\bar{L} \geq 5$ .
- Chiều cao tự do tính đối:  $\bar{L}_0 = \alpha L_0 = 4,1616$ .
- Tính giá trị hệ số theo (67):

$$t_q = 0,2601 \left( -\frac{1565}{147,8} \right) + 4,1616 = 1,4075$$

- Tra bảng 5 (có nội suy):

$$\bar{Z}_{M_{\max}} = 0,868682$$

$$N_{mq} = 1,93579$$

- Momen lớn nhất theo (68):

$$M_{\max} = \frac{1,93579}{0,2601} \times 147,8 = 1100 \text{ kNm}$$

- Độ sâu xuất hiện momen lớn nhất theo (4):

$$Z_{\max} = \frac{0,868682}{0,2601} = 3,340 \text{ m}$$

- Tra bảng 6 (có nội suy):

$$\bar{Z}_{M_{\max}} = 0,754426$$

$$N_{mq} = 1,58287$$

- Phản lực đất lớn nhất theo (76):

$$p_{\max} = \frac{0,2601 \times 1,58287}{0,2601} \times 147,8 = 26,004 \text{ kN/m}^2$$

- Độ sâu xuất hiện phản lực đất lớn nhất theo (4):

$$Z_{p_{\max}} = \frac{0,754426}{0,2601} = 2,90 \text{ m}$$

Kết quả tính toán theo các phương pháp khác nhau được ghi ở bảng 8.

Bảng 8: So sánh kết quả tính của ví dụ 2

Phương pháp tính	Momen lớn nhất				Phản lực đất lớn nhất			
	$M_{\max}$ (kNm)		$Z_{M_{\max}}$ (m)		$P_{\max}$ (kN/m <sup>2</sup> )		$Z_{p_{\max}}$ (m)	
	Giá trị	Sai số (%)	Giá trị	Sai số (%)	Giá trị	Sai số (%)	Giá trị	Sai số (%)
Theo (10) và (12) [7]	1098.7	0.00	3.46	0.0	26.000	0.0	2.9	0.0
Cách tính gần đúng [2]	1225.98	11.60	-	-	-	-	-	-
Cách tính tra bảng [3]	1111.57	1.10	-	-	-	-	-	-
Cách tính kiến nghị	1100	0.10	3.340	3.5	26.004	0.0	2.9	0.0

## 4 Kết luận

4.1 Sau khi thiết lập được mối quan hệ giữa các hệ số ảnh hưởng  $(A,B,C,D)_{1,2,3,4}$  của Urban với các hệ số ảnh hưởng  $(A,B)_{y,\varphi,m,q,p}$  của Matlock – Reese ta đã biến đổi những công thức chuyển vị – nội lực của cọc chịu lực ngang trong TCXD 205:1998 thành một dạng khác: từ (37) đến (41). Về mặt hình thức, trông chúng rất giống các công thức từ (13) đến (17) của Matlock – Reese nhưng lại chứa đựng một nội dung mới ở chỗ hệ số ảnh hưởng A, B có thể tính được bởi các biểu thức giải tích của hệ số ảnh hưởng A, B, C, D.

Nhờ vậy mà giờ đây, lời giải cọc chịu lực ngang của TCXD 205:1998 chứa cả 4 điểm mạnh và, một cách tự nhiên, không còn điểm yếu nào như trong bảng 2 đã nêu.

4.2 Theo TCXD 205:1998, việc đánh giá sức chịu tải của cọc chịu lực ngang đòi hỏi phải biết giá trị lớn nhất và vị trí xuất hiện của nó đối với momen uốn và phản lực đất. Rõ ràng là với các thế mạnh mới của công thức chuyển vị – nội lực từ (37) đến (41) cho phép chúng ta dễ dàng áp dụng các biện pháp toán học – cơ học để giải bài toán đặt ra một cách chặt chẽ và tường minh.

Không chỉ có vậy, còn khá nhiều các ứng dụng khác có thể khai thác từ chúng, mà do khuôn khổ của bài viết, không thể trình bày hết ra được.

4.3 Suy cho cùng, việc tính chuyển vị – nội lực của cọc chịu lực ngang trong TCXD 205:1998 chủ yếu là xác định các hệ số ảnh hưởng, phụ thuộc chỉ vào chiều sâu tính đổi. Với những kết quả thu được ở đây cho phép chúng ta tính trực tiếp giá trị hệ số ảnh hưởng ứng với giá trị  $\bar{Z}$  bất kỳ hoặc tự mình lập bảng tra các hệ số ảnh hưởng theo độ chia “mịn” tùy ý của giá trị  $\bar{Z}$ . Điều đó mang lại lợi ích cụ thể, giúp tính toán thiết kế cọc chịu lực ngang không chỉ đúng đắn mà còn chính xác tùy ý, đơn giản và nhanh chóng.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO CHÍNH

- [1] TCXD 205:1998 – Móng cọc – Tiêu chuẩn thiết kế (Phụ lục G).
- [2] Nguyễn Bá Kế, Nguyễn Văn Quang, Trịnh Việt Cường (biên dịch):  
Hướng dẫn thiết kế móng cọc, Nhà xuất bản Xây dựng, Hà Nội, 1993.
- [3] Sổ tay Địa kỹ thuật – Trung Quốc, 1994.  
Phan Văn Thu dịch (Lưu hành nội bộ TEDI SOUTH).
- [4] Phan Dũng: Tính toán cọc và móng cọc trong xây dựng giao thông. Nhà xuất bản Giao thông Vận tải, Hà Nội, 1986.
- [5] Phan Dũng: “Chuyển vị nằm ngang và chuyển vị xoay của cọc ở mức đáy đài theo TCXD 205:1998. Một dạng khác của công thức tính và các ứng dụng”.  
Tạp chí Biển và Bờ, No.3+4/2009. Hội Cảng – Đường thủy – Thềm lục địa Việt Nam, tr 50-58.
- [6] Gregory P.Tsinker:  
Handbook of Port and Harbour Engineering Geotechnical and Structural Aspects. Chapman & Hall, 1997.
- [7] K.X.Zavriev, G.X.Shapiro:  
Tính toán móng sâu trụ cầu.  
Nhà xuất bản “Vận tải”, Matxcova, 1970 (Tiếng Nga).